

文章编号: 1007-2934(2011)02-0043-02

一种正交光栅频谱分布的理论分析

袁 霞, 王晶晶, 金华阳

(深圳大学, 广东 深圳 518060)

摘 要: 分析了北京大恒公司产 12 线/mm 正交光栅的空间频谱分布现象。该光栅的缝宽与周期比值为 1:2, 所以其空间频谱的偶数级频谱点消失, 出现“缺级”现象。文中并给出了理论推导。

关 键 词: 正交光栅; 空间频谱; 理论分析

中图分类号: O438.2

文献标志码: A

空间滤波实验可以最好的验证和演示阿贝成像原理, 在信息光学的教材和实验指导书中都有介绍^[1-3]。这项实验的一般做法是用平行相干光照射正交网格, 在傅里叶变换透镜的焦平面将得到正交网格的傅里叶频谱。这些傅里叶频谱分量发出的球面次波在像平面上叠加, 从而再现出网格的像(如图 1 所示)。在频谱面上以不同方式改变空间频谱, 在像平面上将得到改变后的频谱分量重新叠加的对应的像。^[4,5]

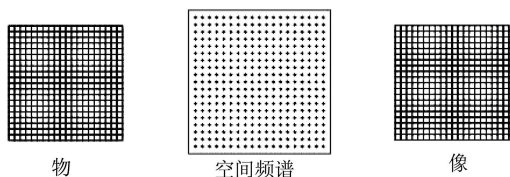


图 1 空间滤波实验

但是笔者在实验教学中发现, 当平行相干光入射到一片正交光栅(12 线/mm, 北京大恒公司产), 其傅里叶频谱却呈现出奇怪的分布, 如图 2

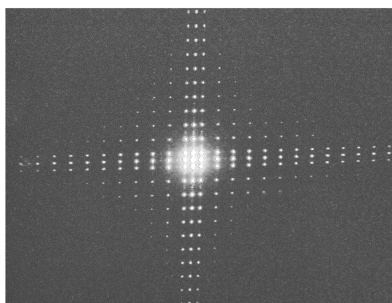


图 2 大恒公司产 12 线/mm 正交光栅的空间频谱

所示: 傍轴的频谱点与轴线上的频谱点距离较近, 而其他频谱点之间才等间距分布, 并且前者间距为后者间距的一半。这种分布使学生在计算各级衍射点的空间频率时感到困惑。

为什么会出现这种现象呢? 笔者经过理论分析, 做出了合理解释。下面详述其过程。

1 理论推导

为简单起见, 下面讨论一维情况。设矩形光栅缝宽为 a , 周期为 d , 透射率可以表示成:

$$g(x) = \begin{cases} 1 & |x - nd| < \frac{a}{2} \\ 0 & |x - nd| > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

其透射率随 x 的分布图见图 3。

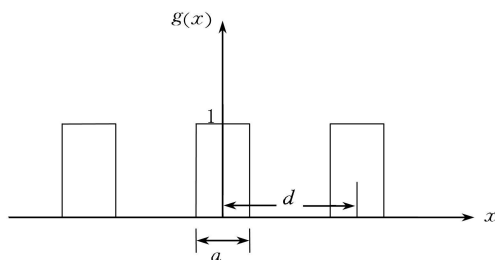


图 3 矩形光栅的振幅透射率

展开成傅里叶三角级数:

$$g(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \left[n \frac{2\pi}{d} x \right] +$$

收稿日期: 2010-11-18

基金项目: 2010 年度深圳大学实验室开放基金项目“光学图像处理技术”资助; 2009 年度深圳大学校级教研项目“新形势下电子科学与技术专业课程体系的调整与构建”资助。

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \left(n \frac{2\pi}{d} x \right) \quad (n \in z)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} g(x) dx \\ &= \frac{1}{d} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx \\ &= \frac{a}{d} \\ a_n &= \frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} g(x) \cos \left(n \frac{2\pi}{d} x \right) dx \\ &= \frac{1}{d} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos \left(n \frac{2\pi}{d} x \right) dx \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi a}{d} \\ &= \frac{a}{d} \operatorname{sinc} \frac{na}{d} \\ b_n &= \frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left(\sin n \frac{2\pi}{d} x \right) dx = 0 \end{aligned}$$

a_0 称为直流分量或零频分量, a_1, b_1 称为基频分量, 其它 a_n, b_n 称为 n 次谐频分量。则根据欧拉公式:

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2} (e^{j\frac{2\pi}{d}x} + e^{-j\frac{2\pi}{d}x}) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n}{2} e^{j\frac{2\pi n}{d}x} \quad (n \in z) \end{aligned}$$

其傅里叶变换为:

$$\begin{aligned} G(\xi) &= F\{g(x)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n}{2} F\{e^{j\frac{2\pi n}{d}x}\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n}{2} \delta(\xi - \frac{n}{d}) \end{aligned}$$

可见, 矩形光栅的频谱函数是间隔为 $\frac{1}{d}$ 的梳状函数, 振幅受 sinc 函数的调制, 如图 4 所示。如果 $\frac{a}{d}$ 可以表示成两个整数的比值 $\frac{p}{q}$, 那么 q 的非零整数倍级次的频谱将消失, 出现“缺级”现象。例如, 如果 $\frac{a}{d} = \frac{2}{3}$, 则 $\pm 3, \pm 6, \pm 9, \dots$ 级频谱“缺级”, 见图 4。

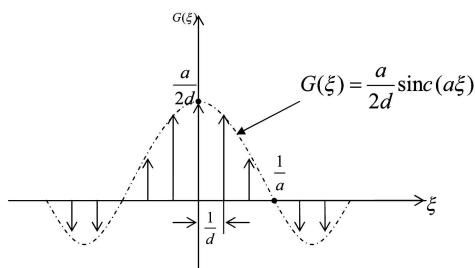


图 4 矩形光栅的频谱分布

2 实验观察

在显微镜下观察北京大恒公司产 12 线/mm 正交光栅, 其结构如图 5 所示。经过测量, 其缝宽与周期比值为 1:2, 由上面的理论分析可知, 其空间频谱的 $\pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \dots$ 级频谱点将消失。而图 2 所展示的, 正是 0, $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \dots$ 级频谱点。与实验现象一致, 从而验证了分析的正确性。

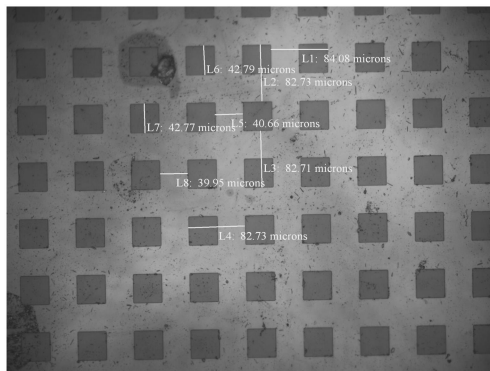


图 5 大恒公司产 12 线/mm 正交光栅

3 结束语

本文经过理论分析, 给出了北京大恒公司产 12 线/mm 正交光栅频谱分布的合理解释: 由于该光栅的缝宽与周期比值为 1:2, 所以其空间频谱的偶数级频谱点消失, 出现“缺级”现象。

参考文献:

- [1] 黄婉云. 傅里叶光学教程[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1985: 247-248.
- [2] 苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 207-208.
- [3] 陈怀琳, 邵义全. 普通物理实验指导(光学部分)[M]. 北京: 北京大学出版社, 1990: 272-273.
- [4] 杨述武, 赵立竹, 沈国土. 普通物理实验 3: 光学部分[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 138-139.
- [5] 陈怀琳, 马静帘. 阿贝成像原理和空间滤波——一个有关傅里叶光学的教学实验[J]. 物理实验, 1980, 试刊(2): 22-26.

(下转第 48 页)

参考文献:

- [1] 王惠棣, 柴玉瑛, 邱尔瞻, 等. 物理实验[M]. 天津: 天津大学出版社, 1995.
- [2] 赵近芳, 张承璐. 大学物理简明教程[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2007.
- [3] 竺江峰, 芦立娟, 鲁晓东, 等. 大学物理实验[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2004.

An Improverment on the Experimental Method of Measuring Wavelength Difference of Na-light Double Yellow Line

H U Jia-ying, HAN Jie, ZHAO Zhong-biao

(Zhejiang Ocean University, Zhoushan 316100)

Abstract: The experimental apply Michelson interferometer measuring the wavelength difference of Na-light double yellow line. But in the experimental, due to the limitations of experiment, it is difficult to observe the experimental image and the image is not clear. Some improved technologies are proposed according to the disadvantages of conventional methods, and the results show the enough clear images to make the experimental data more accurate.

Key words: Michelson interferometer; Na-light double yellow line; wavelength difference; definition

(上接第 44 页)

Analysis of Spatial Spectrum Distribution of a Cross-grating

YUAN Xia, WANG Jing-jing, JIN Huayang

(Shenzhen University, Shenzhen 518060)

Abstract: This paper analyzes the spatial spectrum distribution of a cross-grating (made by Daheng company, 12line/mm). The opening ratio a/d is 1:2, so all even orders disappear. Furthermore, the theoretical derivation is given in this paper.

Key words: cross-grating; spatial spectrum; theory analyze