从一道习题出发论高斯光束

杜戈果

(深圳大学 电子科学与技术学院, 广东 深圳 518060)

摘要:本文介绍了《激光原理》教材中第二章一道习题的 7 种求解方法。通过分析这些求解方法可以看出:对于一般稳定球面腔,既可以借助其等价的对称共焦腔来讨论高斯光束,也可以脱离对称共焦腔,直接在一般稳定球面腔和高斯光束之间建立联系。这有助于我们对高斯光束的自再现变换与稳定球面腔关系的深入理解,并进一步领会:以高斯光束的基本性质及其传输规律为基础,就可以建立起稳定腔的模式理论。

关键词:激光原理;高斯光束;稳定腔;自再现变换

中图分类号:G642,TN24　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1008-0686(2015)04-0009-04

A Deep Discussion on Gaussian Beam through Solving a Problem

DU Ge-guo

(*College of Electronic Science and Technology*, *Shenzhen University*, *Shenzhen* 518060, *China*)

Abstract: In this paper, 7 kinds solution of a problem in Chapter Two of the textbook-Principles of Lasers are introduced in detail. Through analyzing these solutions, it can be concluded that for a general stable cavity we can discuss a Gaussian beam within it through its equivalent symmetrical confocal cavity, or we can establish a link between the cavity and a Gaussian beam directly by abandoning the equivalent symmetrical confocal cavity. It is helpful for deep understanding the link between a self-producing transformation of a Gaussian beam and a general stable cavity. Further understanding can also be made that people can establish a mode theory logically about a general stable cavity based on Gaussian beam′s basic laws of nature and propagation rule.

Keywords: principles of lasers; Gaussian beam; stable cavity; self-producing transformation

“激光原理”是高等院校光电子技术和有关专业的一门极其重要的专业基础课程。本课程理论性较强,主要阐述激光器的基本理论。

我校在教学中采用的教材为文献[1],其第二章内容为“开放式光腔与高斯光束”。我们知道,谐振腔是激光器的重要组成部分,可以控制腔内振荡光束的特性,对轴向光波模提供反馈,除少数单程增益非常大的激光器可以不需要谐振腔外,谐振腔是激光器不可或缺的部分。其中,对称共焦腔是一种特殊的腔型,腔参数满足 $R_1 = R_2 = L$,g 参数满足 $g_1 = g_2 = 0$(R_1 是腔镜 1 的曲率半径,R_2 是腔镜 2 的曲率半径,L 是腔长。$g_1 = 1 - L/R_1$,$g_2 = 1 - L/R_2$),本属于临界腔,但腔内任一光线经过两次往返即可实现闭合。在这种意义上我们把对称共焦腔划归于稳定腔。求解开腔振荡模,先从这一特殊的腔型入手。然后以对称共焦腔模的解析理论为基础,推广到一般稳定球面腔。

本文通过对该章一道习题的 7 种解法,帮助学生深入理解高斯光束和稳定球面腔之间的关系。

1　题目与求解

文献[1]第二章习题 26 题(p. 100)为:已知一

收稿日期:2015-01-19;修回日期:2015-03-21

基金项目:广东省“质量工程”高等教育教学改革重点项目,深圳大学教学改革研究项目(JG2013048)。

作者简介:杜戈果(1971-),女,博士,教授,主要从事激光技术的教学与研究,E-mail:dugeguo@ szu. edu. cn

二氧化碳激光谐振腔由两个凹面镜组成，$R_1=1\ \mathrm{m}$，$R_2=2\ \mathrm{m}$，$L=0.5\ \mathrm{m}$，如图 1 所示。如何选择高斯光束束腰 0 的大小和位置才能使它成为该谐振腔中的自再现光束？

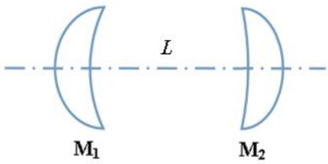

图 1　谐振腔示意图

容易判断，该腔为稳定腔，满足 $0<g_1g_2<1$。

（1）解法一：利用文献[1]中式(2.8.4)(p.66)求该谐振腔的等价的对称共焦腔。将 R_1、R_2 和 L 代入公式，得

$$z_1=\frac{L(R_2-L)}{(L-R_1)+(L-R_2)}=-0.375\ (\mathrm{m})$$

$$z_2=\frac{-L(R_1-L)}{(L-R_1)+(L-R_2)}=0.125\ (\mathrm{m})$$

$$f^2=\frac{L(R_1-L)(R_2-L)(R_1+R_2-L)}{[(L-R_1)+(L-R_2)]^2}=15/64\ (\mathrm{m}^2)$$

从而求出 $\omega_0=\sqrt{\lambda f/\pi}=1.28\ \mathrm{mm}$。

该谐振腔的等价对称共焦腔在坐标系中的位置为$(-f,f)$，在等价对称共焦腔中存在着高斯光束，该高斯光束就是该谐振腔中的自再现光束，其束腰在此谐振腔中，离腔镜 M_1 的距离为 0.375 m，离 M_2 的距离为 0.125 m，腰斑大小为 1.28 mm。

（2）解法二：要想使某高斯光束成为该谐振腔中的自再现光束，这两个凹面镜应该是该高斯光束的等相位面。设束腰离两个凹面镜的距离分别为 l_1 和 l_2，则利用等相位面曲率半径的公式可得

$$\left.\begin{aligned}R_1=R(l_1)=l_1+f^2/l_1\\R_2=R(l_2)=l_2+f^2/l_2\end{aligned}\right\}$$

可求出 $l_1=0.375\ \mathrm{m}$，$l_2=0.125\ \mathrm{m}$，$f=\sqrt{15}/8=0.484\mathrm{m}$，进而求出腰斑大小：$L=l_1+l_2$

（3）解法三：同解法二，设束腰离两个凹面镜的距离分别为 l_1 和 l_2，腰斑大小为 ω_0，将 M_1 看作是 $F_1=R_1/2$ 的透镜，M_2 看作是 $F_2=R_2/2$ 的透镜，则经过透镜作用后，束腰变换为

$$\left.\begin{aligned}\omega_{01}'^2=\frac{F_1^2\omega_0^2}{(F_1-l_1)^2+f^2}\\\omega_{02}'^2=\frac{F_2^2\omega_0^2}{(F_2-l_2)^2+f^2}\end{aligned}\right\}$$

若该高斯光束为谐振腔中的自再现光束，则有 $\omega_{01}'^2=\omega_0^2$，$\omega_{02}'^2=\omega_0^2$，即

$$\left.\begin{aligned}\frac{F_1^2}{(F_1-l_1)^2+f^2}=1\\\frac{F_2^2}{(F_2-l_2)^2+f^2}=1\end{aligned}\right\}$$

同时 $l_1+l_2=L$。在此，我们有 3 个方程，可以求出 3 个未知数 l_1、l_2 和 f，从而可求出束腰的位置和大小（同样求得 $l_1=0.375\ \mathrm{m}$，$l_2=0.125\ \mathrm{m}$，$\omega_0=1.28\ \mathrm{mm}$）。

（4）解法四：设束腰离腔镜 M_2 的距离为 l_2，以束腰所在的平面为起始平面，光线向右传播，往返一周的变换矩阵为

$$T_{右}=\begin{bmatrix}1&L-l_2\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\-\frac{2}{R_1}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&L\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\-\frac{2}{R_2}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&l_2\\0&1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2l_2-0.5&2l_2^2-0.5l_2+0.5\\-2&-2l_2\end{bmatrix}$$

令束腰处的 q 值为 q_0，经过往返一周的变换后，根据 q 参数的变换规律，有 $q'=(Aq_0+B)/(Cq_0+D)$。

要想使某高斯光束成为该谐振腔中的自再现光束，必须满足 $q'=q_0$。在束腰处，其等相位面曲率半径为无穷大。利用文献[1]中式(2.12.10)(p.86)，可以在束腰位置处等相位面曲率半径 $R=2B/(D/A)\to\infty$，即 $A=D$，由此可求出 $l_2=0.125\ \mathrm{m}$；再利用文献[1]中式(2.12.11)(p.86)，求出 $f=\sqrt{15}/8=0.484\ \mathrm{m}$，从而可求出 $\omega_0=1.28\ \mathrm{mm}$。

当然，也可以让光线先向左传播，求出往返一周的变换矩阵 $T_{左}$，然后用相同的方法来求出各值。

（5）解法五：教材中，在第二章第二节曾经求出{即文献[1]中式(2.2.13)(p.35)}

$$A=1-\frac{2L}{R_2},\qquad B=2L\left(1-\frac{L}{R_2}\right)$$

$$C=-\left[\frac{2}{R_1}+\frac{2}{R_2}\left(1-\frac{2L}{R_1}\right)\right],\ D=-\left[\frac{2L}{R_1}-\left(1-\frac{2L}{R_1}\right)\left(1-\frac{2L}{R_2}\right)\right]$$

将相应的参数 R_1、R_2 和 L 代入，便得 $A=0.5$，$B=0.75$，$C=-2$，$D=-1$。

这里的 A、B、C、D 是以腔镜 M_1 为起始平面得到的往返一次的系统变换矩阵的各元素。设此处 q 值为 q_1，往返一周变换后的 q 参数为 q'，则 $q'=(Aq_1+B)/(Cq_1+D)$。

要想使该高斯光束成为该谐振腔中的自再现光

束,必须满足 $q' = q_1$。

由 $q_1 = (Aq_1 + B)/(Cq_1 + D)$,可得 $q_1 = -3/8 \pm \mathrm{i}\sqrt{15}/8$,此时,束腰处的 q 参数满足 $q_0 = q_1 + l_1$,且束腰处 q 参数为纯虚数,即 q_0 为纯虚数,由此可求得 $l_1 = 0.375$ m,进而可求出其它值来。

(6)解法六:利用解法五中的 A、B、C 和 D 结果。利用文献[1]中式(2.12.10)(p.86)和式(2.12.11)(p.86),可求出 $R = 2B/(D-A) = -1$,$\omega = \sqrt{\lambda/\pi}\sqrt[4]{3/5}$。

求出的 R、ω 为腔镜 M_1 处等相位面的曲率半径和光斑半径,即高斯光束的特征参数 $R(z)$ 与 $\omega(z)$ 已经知道,当然可以决定束腰的大小和位置。利用文献[1]中式(2.9.8)(p.72)可得 $z = -0.375$ m,说明束腰在腔内距离 M_1 0.375 m,继续可求出其它值。

(7)解法七:传播圆作图法[2]

假设腔中存在着自再现的高斯光束,束腰位置在 O 点,离腔镜 M_2 的距离为 x,两个腔镜与轴线的交点分别为 Z_1、Z_2,如图 2 所示。

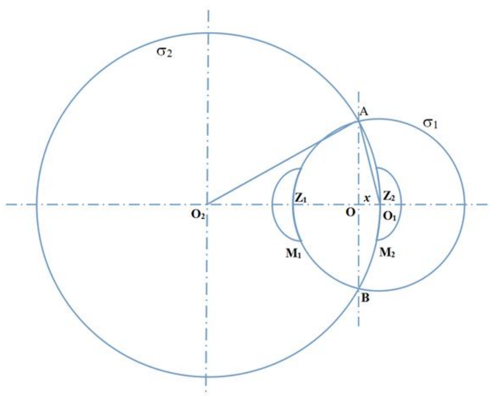

图 2　传播圆作图法求解示意图

画出通过点 Z_1 的 σ_1 圆,设圆心为 O_1,该圆直径就是腔镜 M_1 的曲率半径,即 σ_1 圆半径为 0.5 m;画出通过点 Z_2 的 σ_2 圆,设圆心为 O_2,该圆直径就是腔镜 M_2 的曲率半径,即 σ_2 圆半径为 1 m;两个 σ 圆相交于 A、B 点,这两点就是高斯光束的侧焦点。根据 σ 圆的定义,A、B 点与 O 点位于同一直线,且此直线垂直于轴线。对于图中的直角三角形 AOO_2 和 AOO_1,利用勾股定理有

$$1^2 - (1-x)^2 = 0.5^2 - x^2,$$

求出 $x = 0.125$ m,$f = \sqrt{0.5^2 - x^2} = \sqrt{15}/8$ m,进而求出 ω。

2　七种求解方法的比较

在解法一中,我们用到了等价对称共焦腔的概念,利用对称共焦腔求出了高斯光束束腰的大小和位置。在解法二和解法三中,我们利用的是高斯光束自再现变换的概念,分别引用了文献[1]中以下 2 个结论(p.84-85):①当入射在球面镜上的高斯光束波前曲率半径正好等于球面镜的曲率半径时,在反射时高斯光束的参数将不发生变化即实现自再现变换;②当透镜的焦距等于高斯光束入射在透镜表面上的波面曲率半径的一半时,透镜对该高斯光束作自再现变换。解法四则是以束腰平面为起始平面求出往返矩阵,然后利用了教材中 q 参数分析高斯光束的自再现变换的结论。解法五和解法六,先利用了教材中以腔镜 M_1 为起始平面的往返矩阵,然后直接求出能成为自再现光束的 q 值(解法五);利用了 q 参数分析高斯光束的自再现变换的结论,继而利用了高斯光束特征参数的结论(解法六)。解法七用的是传播圆作图法,比较直观,是对教材有益的补充。

可以看出,解法二是最简便的,因为只涉及一个公式,即等相位面曲率半径公式 $R(z) = z + f^2/z$;解法四涉及到 5 个矩阵相乘,很容易出错,一般不采用;而解法一,则是大多数学生最容易想到的方法。

3　结语

对称共焦腔是一种特殊的腔型,其模式理论不仅能定量说明对称共焦腔振荡模本身的特征,更重要的是,它能被推广到一般稳定腔系统,使得人们可以利用对称共焦腔模式理论的研究结果来解析地表述一般稳定球面腔模的特征。在对称共焦腔中存在着高斯光束,而一般稳定球面腔又能找到等价的对称共焦腔,所以也存在着高斯光束。在"激光原理"的教学中,按照顺序,本来是借助对称共焦腔才能在一般稳定球面腔中谈高斯光束,不少激光原理教材都是这样安排的,如文献[3]、文献[4]和文献[5]等;但现在我们不再需要对称共焦腔,直接在一般稳定球面腔和高斯光束之间建立联系。正如这道例题所示,可以完全抛开对称共焦腔而利用高斯光束的概念直接求解,这使我们进一步领会:以高斯光束的基本性质及其传输规律为基础可以建立起稳定腔的模式理论。

(下接第 44 页)

将其分为已掌握、部分掌握和几乎不会等层次。对不同层次,鼓励已经掌握的学生去帮助稍差的学生,同时教师去了解不能掌握的原因,给出一些建议。

(3)对已经掌握的学生,鼓励他们朝着更高要求发展,作为参加项目或创新的备选人员。

(4)若干周后,仍然就前面内容对部分掌握和几乎不会的进行测验,得到学生是否提高的信息,以改进课堂教学的节奏与方式。

作为教学的重要环节,单片机课程考核尽可能不采用试卷答题形式。笔者采用上机末考占70%,平时成绩占30%的分配比例。在具体机考中,采取按完成先后次序验收分数递减的原则给分,但对完成较晚确有新意同样给高分。通过这样一种竞争机制,确实调动了学生的积极性,也对学生开发编程能力进行了培养。

2.3 教学案例及效果(以数字钟设计为例)

数字钟作为综合性实验,要求学生能够完成单片机电路设计及软件编程,硬件部分主要设计动态数码管显示,软件涉及1s定时、分/小时进位及液晶显示等。将实验分阶段进行:①数码管动态显示,通过完成简单的数字显示,掌握动态显示原理;②1秒定时,掌握定时器初始化,中断程序编写等;③数码管计数,从1到100计数实验;④键盘设置计数实验,以上实验在相应课堂实验内逐步完成,每一次实验要求在基本要求基础上有所加深. 最终安排4-6学时完成数字钟实验,采取学生分组完成,通过多次调试,达到课程教学目标。

3 结语

笔者讲授单片机课程的实践证明,以“掌握学习”教学理论为参考,改变传统模式采用新的教学理念,给教学活动带来生机,学生积极性较以前有所提高,实验教学说明学生的实际开发能力较前也有质的飞跃,新的教学模式取得了一定效果。但是,实践中也有一些因素对教学有影响,如当前考研热使得少数学生宁愿在考研课上投入,不愿在专业课上投入,再如有些学生选该课仅仅为了凑学分等,这些不利因素都对教学的正常开展和教学创新带来阻碍。今后应更加注意学习其他先进的教育理念,并融合到实际教学中,为实现创新型人才培养做出贡献。

参考文献:

[1] 布卢姆. 教育评价[M]. 上海:华东师范大学出版社,1987.

[2] 张翀. 布卢姆“掌握学习”教学理论在大学英语阅读教学中的应用[J]. 南昌:南昌教育学院学报. 2011,26(6):165-167

[3] 毕淑芝. 当代外国教育思想研究[M]. 北京:人民教育出版社 2002,8

[4] (美)B. S. 布卢姆. 王钢等译. 布鲁姆掌握学习论文集[M]. 福州:福建人民出版社,1986:86-87

[5] 谢维成. 单片机原理与应用及C51程序设计[M]. 北京:清华大学出版社,2009,7

(上接第11页杜戈果文)

参考文献:

[1] 周炳琨,高以智,陈倜嵘等. 激光原理(第6版)[M]. 北京:国防工业出版社,2009年1月

[2] 张光寅,郭曙光著. 光学谐振腔的图解分析与设计方法[M]. 北京:国防工业出版社,2003年1月:4-5

[3] 安毓英,刘继芳,曹长庆编著. 激光原理与技术[M]. 北京:科学出版社,2010年2月

[4] 俞新宽,江铁良,赵启大编著. 激光原理与激光技术[M]. 北京:北京工业大学出版社,2003年6月

[5] 阎吉祥、崔小虹、高春清等. 激光原理与技术[M]. 北京:高等教育出版社,2004年7月

从一道习题出发论高斯光束

作者： 杜戈果， DU Ge-guo
作者单位： 深圳大学 电子科学与技术学院,广东 深圳,518060
刊名： 电气电子教学学报
英文刊名： Journal of Electrical & Electronic Education
年，卷(期)： 2015(4)