1991年9月 西安电子科技大学学报 Sep.1991
第18卷 第3期 JOURNAL OF XIDIAN UNIVERSITY Vol.18 No.3

光学谐振腔中光束的完备态与自再现波型*

高致慧 安毓英
(技术物理系)

摘要 本文用光学传输矩阵理论给出了光学谐振腔中光束的本征态与完备态，分析给出了在菲涅耳数 N_F 足够大时光腔光束的特征与完备描述。讨论了在各种光学谐振腔中的自再现波型。从理论上给出了描述光腔基模特性的统一处理方法。

关键词：光学谐振腔；本征态；完备态；自再现波型

1 引 言

光学谐振腔的光束特性是激光理论的重要内容之一，它的研究直接关系到激光技术与激光器件的设计。在现有的光学谐振腔理论中，往往仅给出光腔在某一镜面上光束的某一本征态，没有给出光腔光束特性的统一完备的描述。本文尝试用光学传输矩阵理论导出光腔的本征态与完备态。研究各种本征态下光束的传播特性。通过完备态的分析给出了光腔的自再现模所相应的自再现波型。从而讨论了各种类型光腔的基本特征。通过对光腔本征态与完备态的分析给出了描述光腔光束特性的统一的处理方法。在 N_F 足够大，即忽略衍射效应的条件下，该方法较好地描述了光腔的基模特性，且简洁明了。其研究结论与文献[1, 2]的结论是一致的。在非稳腔中，本文提出光腔的自再现波型是完备态中的两个本征态的光束的迭加。直接导出了非稳腔的光束特征，这与文献[3]中仅以一个本征态对应的光束作为非稳腔的自再现波型是不同的。在文献[3]中还须以几何光学的物象关系给出附加解才能描述非稳腔的特征。这是由于略去了完备态中的一个本征态而造成的。

2 光腔的本征态与完备态

在忽略衍射效应，或菲涅耳数 N_F 足够大时，由传输光学理论，光腔内任一横截面上的任一光线可由一列矢量 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$ 来描述。r 表示光线与 z 轴（光轴）的距离，θ 表示光线与 z 轴的夹角。规定光线出射方向在 z 轴的上方时，$\theta>0$；光线出射方向在 z 轴的下方时，

* 本文于1989年8月8日收到。

$\theta<0$。光线$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$在腔内往返一周相应的列矢量为$\begin{bmatrix} r' \\ \theta' \end{bmatrix}$，有

$$\begin{bmatrix} r' \\ \theta' \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{2}$$

T是光线在腔内往返一周相应的变换矩阵或称往返矩阵，A、B、C、D为二阶往返矩阵T的矩阵元素。

如果腔内光束存在本征态，则矩阵T作用于该本征矢量应等于某一常数值乘以该本征矢量即有本征值方程。

$$T\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} \tag{3}$$

(3)式为光学谐振腔的本征方程。$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$为满足本征方程的本征矢或称本征态。$k$为本征方程的本征值。

若(3)式成立，与(1)联立，表明光束在腔内往返一周而分布特性不发生变化，只是按比例变化一常数因子k，由再现模式的定义[4]，本征矢$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$就是光腔的一个自再现本征模式。

求解矩阵方程(3)式，移项得

$$T\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} - k\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \tag{4}$$

将(2)代入得

$$\begin{bmatrix} A-k & B \\ C & D-k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \tag{5}$$

要使(5)中的本征向量$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$有非零解，则其对应的矩阵行列式必须为零，有

$$\begin{vmatrix} A-k & B \\ C & D-k \end{vmatrix} = 0 \tag{6}$$

展开求解得本征值为

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{2}(A+D) + \frac{1}{2}\sqrt{(A+D)^2-4} \\ k_2 &= \frac{1}{2}(A+D) - \frac{1}{2}\sqrt{(A+D)^2-4} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

求解中运用了光线矩阵的性质$AD-BC=1$。将本征值k_1代入(5)求得本征矢$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1$，有

$$\theta=\frac{k_1-A}{B}r=\frac{C}{k_1-D}r=\frac{r}{q_1} \tag{8}$$

其中
$$q_1=\frac{B}{k_1-A}=\frac{k_1-D}{C} \tag{9}$$

所以本征态为满足 $\theta=r/q_1$ 的所有光线所组成的光束. 本征态可描述为

$$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1=\begin{bmatrix} r \\ \dfrac{r}{q_1} \end{bmatrix} \tag{10}$$

对应于本征值 k_2, 求得本征矢为 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2$, 有

$$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2=\begin{bmatrix} r \\ \dfrac{r}{q_2} \end{bmatrix} \tag{11}$$

其中
$$q_2=\frac{B}{k_2-A}=\frac{k_2-D}{C} \tag{12}$$

q_1、q_2 描述了由某一点源发出的光到达参考面上的波面的曲率半径. 在近轴区域也就是点源距参考面的距离. $q>0$ 表示发光点在参考面 rp 的左边; $q<0$ 表示发光点在参考面的右边. k_1、k_2 是光腔的本征值, $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1$、$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2$ 是光腔的本征态或本征解. 这两个本征态构成了光腔的完备态. 任一光腔的光束特性都可由完备态中的本征态的迭加来描述. 本征态所相应的本征波型在光腔内任一截面上的迭加构成了光腔共振模的自再现波型. 由此可以统一的分析任一光腔中任一截面上的基模光束特性.

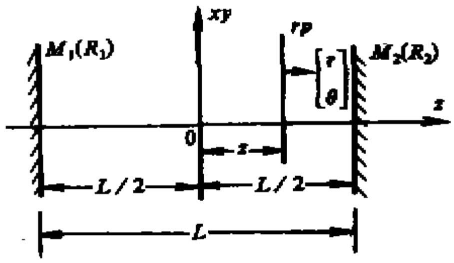

图 1 傍轴光线在光腔中的传播

为便于问题的讨论, 假定光学谐振腔为共轴球面镜腔. 坐标原点在腔的中心处, 腔长为 L, M_1 球面镜的曲率半径为 R_1, M_2 球面镜的曲率半径为 R_2, 规定相对于腔内为凹面镜 $R>0$, 凸面镜 $R<0$, 在 z 点处作一参考横截面 rp, 一傍轴光线在 rp 面上的列矢量为 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$, 见图 1. $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}$ 由 rp 出发在腔内往返一周的往返矩阵为 T

$$T=T_{\frac{L}{2}+z}T_{R_1}T_LT_{R_2}T_{\frac{L}{2}-z}$$

$$=\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{L}{2}+z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{R_1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{2}{R_2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{L}{2}-z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{13}$$

式中 T_R 表示光束经曲率半径为 R 的反射镜的反射矩阵

T_L 表示光束经长为 L 的均匀介质中的传播矩阵。

由(13)得矩阵元素为

$$\left.\begin{aligned}
A &= \left[1-\frac{2}{R_1}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right]\left[1-\frac{2}{R_2}L\right]-\frac{2}{R_2}\left[\frac{L}{2}+z\right] \\
B &= \left(\frac{L}{2}-z\right)\left\{\left[1-\frac{2}{R_1}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right]\left[1-\frac{2}{R_2}L\right]-\frac{2}{R_2}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right\} \\
&\quad + L\left[1-\frac{2}{R_1}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right]+\left(\frac{L}{2}+z\right) \\
C &= -\frac{2}{R_1}\left(1-\frac{2}{R_2}L\right)-\frac{2}{R_2} \\
D &= \left(\frac{L}{2}-z\right)\left[-\frac{2}{R_1}\left(1-\frac{2}{R_2}L\right)-\frac{2}{R_2}\right]+\left(1-\frac{2}{R_1}L\right)
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

由(14)式可求得光腔的本征值与本征态在任一截面上的表达式。根据本征值 k_1、k_2 的取值不同，光腔可以分为三种情况

1. k为两重根 $k_1 = k_2 = \frac{1}{2}(A+D)$

$$\text{对应于}\quad \frac{1}{2}|A+D| = 1 \tag{15}$$

2. k为两共轭复根 $k_1^* = k_2 \quad (k_2^* = k_1)$

$$\text{对应于}\quad \frac{1}{2}|A+D| < 1 \tag{16}$$

3. k为两不等的实根 $k_1 \neq k_2$

$$\text{对应于}\quad \frac{1}{2}|A+D| > 1 \tag{17}$$

(15)、(16)、(17)式分别对应于光学谐振腔的临界腔，稳定腔与非稳定腔[4]，因此本征值的三种取值情况对应了光腔的三大类型。由此可以看到对于完备态中本征态与本征值的分析可以求得任一光腔中任一横截面上共振模的自再现波型。

3 光腔共振模的自再现波型

按本征值的不同分三类进行讨论

3.1 临界腔 $\frac{1}{2}|A+D| = 1$

$$\left.\begin{aligned} &k_1=k_2=k=\frac{1}{2}(A+D)\\ &q_1=q_2=q=\frac{k-D}{C}=\frac{\frac{1}{2}(A+D)-D}{C}=\frac{A-D}{2C}\\ &\text{或}\qquad q=\frac{B}{k-A}=\frac{B}{\frac{1}{2}(A+D)-A}=\frac{2B}{D-A}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

本征态为

$$\begin{bmatrix} r\\ \theta\end{bmatrix}_1=\begin{bmatrix} r\\ \theta\end{bmatrix}_2=\begin{bmatrix} r\\ \theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r\\ \frac{r}{q}\end{bmatrix} \tag{19}$$

因为 k 为两重实根，完备态中的两个本征态是相同的．所以临界腔的自再现波型就是由本征态(19)来描述，它表示任一截面上的自再现波型是由距 z 点 q 处作为点光源发出的球面波型．

z 点处波型的等相位面曲率半径为 q，具体讨论如下：

(1) 平行平面腔　$R_1=R_2=\infty$

将 R 代入(14)式得

$$T=\begin{bmatrix} A & B\\ C & D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2L\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{20}$$

由(18)

$$q=\frac{2B}{D-A}=\infty \tag{21}$$

往返矩阵与 z 无关，$q=\infty$与 z 无关．表明光腔内任一横截面上的等相位面相同，均为平面光波，曲率中心在无穷远处．即平行平面腔的自再现波型为平面光波．在忽略衍射效应或菲涅耳数 N_F 足够大时，这一结论是正确的；与文献[3]是一致的．

(2) 共心腔　$R_1+R_2=L$

考虑一对称共心腔，$R_1=R_2=R=L/2$，代入(14)式得

$$\left.\begin{aligned} &A=-3+\frac{8}{L}\left(\frac{L}{2}+z\right)\\ &B=\left(\frac{L}{2}-z\right)\left[-3+\frac{8}{L}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right]+L-3\left(\frac{L}{2}+z\right)\\ &C=\frac{8}{L}\\ &D=\left(\frac{L}{2}-z\right)\frac{8}{L}-3\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

由(18)式

$$q=\frac{A-D}{2C}=\frac{-3+\frac{8}{L}\left(\frac{L}{2}+z\right)-\left(\frac{L}{2}-z\right)\frac{8}{L}+3}{2\times\frac{8}{L}}=z \tag{23}$$

往返矩阵与 z 有关，q 与 z 有关，由图 2 可见．

(1) $z=0$，$q=0$，等相位面曲率半径为零，曲率中心在原心 0 处．

(2) $z=L/2$，$q=L/2$，等相位面的曲率半径为 $L/2$，曲率中心距 $z=L/2$ 面的距离为 $L/2$，在参考面($z=L/2$ 处)的左边，即原心 0 处。

(3) $z=-L/2$，$q=-L/2$，等相位面的曲率半径为 $L/2$，曲率中心在参考面($z=-L/2$ 处)的右边，即原心 0 处。

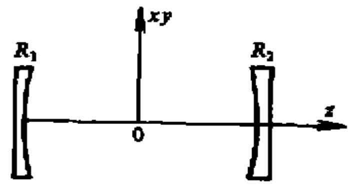

图 2　共心腔的球面波型

表明共心腔有一会聚点 $p(z_p=0)$，腔内任一截面的等相位面是由该点（即 0 点）为曲率中心的相应的球面波传播到 z 的球面波型。曲率半径 $R=|z|$。对于非对称共心腔，会聚点 p 不会在原点 0 处，

$$z_p \neq 0 \qquad z_p=\frac{L}{2}-R_2 \quad 或 \quad z_p=R_1-\frac{L}{2} \tag{24}$$

任一点 z 处的等相位面的曲率半径为 $R=|z-z_p|$，因此一般共心腔的自再现波型为由共心腔的腔心 p 点处发的球面波型。

与平行平面腔类似，在不考虑衍射效应下或 N_F 足够大时，这一结论是正确的。(21)与(23)式较好的描述了腔的基模特性。

3.2 稳定腔　$\frac{1}{2}|A+D|<1_{\circ}$

k_1、k_2 为一对共轭复根，$k_1^*=k_2$　$(k_2^*=k_1)$

$$\left.\begin{aligned} k_1&=\frac{1}{2}(A+D)+\frac{1}{2}\sqrt{(A+D)^2-4}=\frac{1}{2}(A+D)+\frac{i}{2}\sqrt{4-(A+D)^2} \\ k_2&=\frac{1}{2}(A+D)-\frac{1}{2}\sqrt{(A+D)^2-4}=\frac{1}{2}(A+D)-\frac{i}{2}\sqrt{4-(A+D)^2}\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

令

$$h_1=\frac{1}{2}(A+D) \qquad h_2=\frac{1}{2}\sqrt{4-(A+D)^2} \tag{26}$$

则

$$\left.\begin{aligned} k_1&=h_1+ih_2 \\ k_2&=h_1-ih_2\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

得

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{q_1}&=\frac{k_1-A}{B}=\frac{h_1-A}{B}+i\frac{h_2}{B} \\ \frac{1}{q_2}&=\frac{k_2-A}{B}=\frac{h_2-A}{B}-i\frac{h_2}{B}\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

q_1、q_2 对应着复数曲率半径，相应的本征矢为 $\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}_1$、$\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}_2$。一般近轴球面波的场分布为

$$E(x,y,z)=\frac{E_0}{R}e^{-iK\left(z+\frac{r^2}{2R}\right)} \tag{29}$$

式中 $r^2=x^2+y^2$，K 为波矢，R 为球面波的曲率半径或称等相位面的曲率半径。将复数曲率半径 q_1 与 q_2 置换 R，得稳定腔中本征态 $\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}_1$ 与 $\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}_2$ 所相应的场分布为

$$\left.\begin{aligned} E_1(x,y,z) &= \frac{E_0}{q_1}\exp\left[-iK\left(z+\frac{r^2}{2}\cdot\frac{h_1-A}{B}\right)+K\frac{h_2}{B}\cdot\frac{r^2}{2}\right] \\ E_2(x,y,z) &= \frac{E_0}{q_2}\exp\left[-iK\left(z+\frac{r^2}{2}\cdot\frac{h_1-A}{B}\right)-K\frac{h_2}{B}\cdot\frac{r^2}{2}\right] \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

任一截面上的场分布为两个波场的迭加，得

$$E(x,y,z)=a_1E_1(x,y,z)+a_2E_2(x,y,z) \tag{31}$$

a_1、a_2 为比例系数，由边界条件

$$\lim_{x^2+y^2=r^2\to\infty} E(x,y,z)=0 \qquad \text{解得} a_1=0$$

这说明只有 $k_2=h_1-ih_2$ 才是物理解．令 $E_0'=E_0a_2$

则 $E(x,y,z)=E_0'\frac{1}{q_2}\exp\left[-iK\left(z+\frac{r^2}{2}\cdot\frac{h_1-A}{B}\right)\right]\cdot\exp\left[-\frac{r^2}{2}\cdot K\cdot\frac{h_2}{B}\right]$

$$=E_0'\left(\frac{h_1-A}{B}-i\frac{h_2}{B}\right)\cdot\exp\left[-iK\left(z+\frac{r_2}{2}\cdot\frac{h_1-A}{B}\right)\right]\cdot\exp\left[-\frac{r_2}{2}\cdot K\cdot\frac{h_2}{B}\right] \tag{32}$$

假定光腔为对称腔，$R_1=R_2=R>\frac{L}{2}$，代入(14)式，再代入(26)及(32)式，并令

$$\left.\begin{aligned} R(z) &= z\left(1+\left(\frac{f}{z}\right)^2\right) \\ \omega(z) &= \omega_0\left(1+\left(\frac{z}{f}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \\ \varphi(z) &= \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{f}\right) \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}} \\ f^2 &= \frac{R}{2}\left[L-\frac{L^2}{2R}\right]=\frac{L}{4}(2R-L) \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

得 $E(x,y,z)=\frac{E}{\omega(z)}\cdot\exp\left[-\frac{r^2}{\omega^2(z)}\right]\cdot\exp\left[-iK\left(z+\frac{r^2}{2R(z)}\right)+i\varphi(z)\right]$ (34)

式中 E 为常数因子，指数项的第一部分表示自再现模场分布的振幅分布，$\omega(z)$表示 z 处的光斑半径，即当径向距离 r 等于 $\omega(z)$时，场的振幅值下降到 $r=0$ 处（轴线处）的 $1/e$．而指数项的第二部分表示自再现模场分布的相位特性．与(29)类比，得等相位面的曲率半径为 $R(z)$，(34)式就是熟知的基模高斯光束的一般形式．

从(33)可以看出稳定腔的等相位面的曲率中心与曲率半径是随 z 不断变化的，不是固定的，这与临界腔是不同的．后者的曲率中心与 z 无关，是固定的．(33)、(34)式描述了基模高斯光束的特性，表明当 N_F 足够大或忽略衍射损耗时，稳定腔中共振模的自再现波型是一高斯光束．这与文献[1]是吻合的．

3.3 非稳腔 $\frac{1}{2}|A+D|>1$

k_1、k_2 为两不等的实根，$k_1 \neq k_2$. 在(7)中

令
$$h_1=\frac{1}{2}(A+D) \qquad h_3=\frac{1}{2}\sqrt{(A+D)^2-4} \tag{35}$$

则
$$\left.\begin{aligned} k_1 &= h_1+h_3 \\ k_2 &= h_1-h_3 \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

有
$$\left.\begin{aligned} q_1 &= \frac{k_1-D}{C}=\frac{h_1-D}{C}+\frac{h_3}{C} \\ q_2 &= \frac{k_2-D}{C}=\frac{h_2-D}{C}-\frac{h_3}{C} \end{aligned}\right] \tag{37}$$

k_1、k_2 均为实数，因而 q_1、q_2 均为实数，相应的本征态为 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1=\begin{bmatrix} r \\ \dfrac{r}{q_1} \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2=\begin{bmatrix} r \\ \dfrac{r}{q_2} \end{bmatrix}$，对应了两个球面波本征态 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1$ 描述的球面波的曲率中心距参考面 rp 为 q_1，在参考面上等相位面的曲率半径为 q_1. 本征态 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2$ 描述的球面波的曲率中心距参考面 rp 为 q_2，在参考面 rp 上等相位面的曲径为 q_2. $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1$ 对应的曲率中心为 p_1，$\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2$ 对应的曲率中心为 p_2. 即在非稳腔中存在着两个点 p_1 和 p_2，对应着完备态中的两个本征态，它在任一点 z 处横截面上的等相位面的曲率半径由 q_1 和 q_2 确定. 非稳腔的自再现波型是由 p_1 与 p_2 点为曲率中心的相应的球面波在任一截面上的迭加（由于 p_1 和 p_2 相对腔镜来说互为源和象，许多文献称之为共轭象点）. 这与文献[3]不同，文献[3]略去一个本征态，仅以一个本征态来描述光腔的自再现波型. 由上面的分析表明 k_1 和 k_2 均为光腔的本征值. $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_1$ 和 $\begin{bmatrix} r \\ \theta \end{bmatrix}_2$ 均为光腔的本征态，腔内任一截面的自再现波型是这两个本征态的波型的迭加.

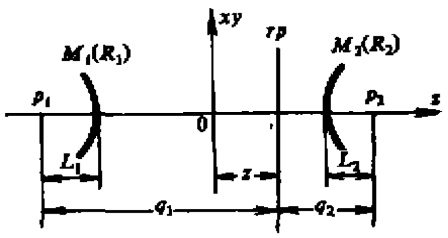

图 3 非稳腔的自再现波型

下面给出(37)的具体表述

设非稳腔为双凸腔，$R_1<0$，$R_2<0$，有

$$\left.\begin{aligned}
A &= \left[1-\frac{2}{R_1}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right]\left[1-\frac{2}{R_2}L\right]-\frac{2}{R_2}\left(\frac{L}{2}+z\right)\\
B &= \left(\frac{L}{2}-z\right)\left[\left(1-\frac{2}{R_1}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right)\left(1-\frac{2}{R_2}L\right)-\frac{2}{R_2}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right]\\
&\quad +L\left(1-\frac{2}{R_1}\left(\frac{L}{2}+z\right)\right)+\left(\frac{L}{2}+z\right)\\
C &= -\frac{2}{R_1}\left(1-\frac{2}{R_2}L\right)-\frac{2}{R_2}\\
D &= \left(\frac{L}{2}-z\right)\left[-\frac{2}{R_1}\left(1-\frac{2}{R_2}L\right)-\frac{2}{R_2}\right]+\left(1-\frac{2}{R_1}L\right)
\end{aligned}\right\}\tag{38}$$

把(38)代入(35)，再代入(37)，得

$$\left.\begin{aligned}
q_1 &= z-\frac{\frac{L}{2}(R_1-R_2)}{2L-R_1-R_2}+\frac{\sqrt{L(L-R_1)(L-R_2)(L-R_1-R_2)}}{2L-R_1-R_2}\\
q_2 &= z-\frac{\frac{L}{2}(R_1-R_2)}{2L-R_1-R_2}-\frac{\sqrt{L(L-R_1)(L-R_2)(L-R_1-R_2)}}{2L-R_1-R_2}
\end{aligned}\right\}\tag{39}$$

设 p_1 点与 p_2 点的距离为 H

$$H=q_1-q_2=\frac{2\sqrt{L(L-R_1)(L-R_2)(L-R_1-R_2)}}{(2L-R_1-R_2)}\tag{40}$$

p_1 点与腔镜 M_1 的距离为 l_1

$$l_1=q_1-\left(\frac{L}{2}+z\right)=\frac{\sqrt{L(L-R_1)(L-R_2)(L-R_1-R_2)}-L(L-R_2)}{(2L-R_1-R_2)}\tag{41}$$

p_2 点与腔镜 M_2 的距离为 l_2

$$l_2=q_2+\left(\frac{L}{2}-z\right)=-\frac{\sqrt{L(L-R_1)(L-R_2)(L-R_1-R_2)}-L(L-R_2)}{(2L-R_1-R_2)}\tag{42}$$

l_1 (l_2)大于零，表示 p_1 点（p_2 点）在腔镜 M_1 (M_2)的左边．l_1 (l_2)小于零，表示 p_1 点（p_2 点）在腔镜 M_1 (M_2)的右边．从(40)～(42)可见，H、l_1、l_2 与 z 无关，当非稳腔的腔体参数 R_1、R_2 及 L 确定后，则 H、l_1、l_2 就唯一的确定，表明非稳腔存在着一对点波源 p_1 与 p_2．点波源的位置是确定的，即两曲率中心的位置是确定的，与参考面 z 的选取无关．p_1 与 p_2 点之间的距离以及与腔镜的相对距离仅与腔体的结构参数 R_1、R_2、L 有关，与参考面 rp 的选取无关．这与稳定腔中等相位面的曲率中心随 z 的变化而变化是不同的．

(38)～(42)式适用于一般的非稳腔，具体讨论如下．

(1) 双称双凸腔　$R_1=R_2=R<0$，有

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= z + \frac{1}{2}\sqrt{L(L+2|R|)} \\ q_2 &= z - \frac{1}{2}\sqrt{L(L+2|R|)} \\ H &= \sqrt{L(L+2|R|)} \\ l_1 &= \frac{1}{2}(\sqrt{L(L+2|R|)} - L) \\ l_2 &= -l_1 \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

p_1 点在 M_1 的左边，p_2 点在 M_2 的右边．$|l_1|=|l_2|$间距相同，这与腔体结构的对称性是一致的．

(2) 非对称双凸腔 $R_1<0$，$R_2<0$，$R_1 \neq R_2$，有

$$l_1>0 \qquad l_2<0 \qquad |l_1| \neq |l_2|$$

表明点波源 p_1 与 p_2 都在腔镜的外面．

(3) 双凹腔 $R_1>0$，$R_2>0$，$R_1+R_2<L$，有

$$l_1<0 \qquad l_2>0$$

表明点波源 p_1 与 p_2 都在腔镜的内部．

上面的讨论表明非稳腔中共振模的自再现波型是由两定点 p_1 和 p_2 为曲率中心的相应的两球面波的迭加，该自再现波型给出了非稳腔的基模特性，这一结论与文献[2]是一致的．

在光学谐振腔中，由光的传输矩阵理论可以求得光腔的本征值与本征态．光腔中所有本征态的集合构成了光腔的完备态．任一光腔共振模的自再现波型是完备态中本征态的迭加．由此可以分析任一光学谐振腔中任一截面上光束的基模特性．在忽略衍射效应或菲涅耳数 N_F 足够大时，其研究结论是足够精确的．

参 考 文 献

〔1〕 J T Verdegen. Laser Electronics. Englewood Cliffs, U.S.A., 1981
〔2〕 魏光辉等．激光束光学．北京工业学院出版社，1988
〔3〕 方洪烈著．光学谐振腔．科学出版社，1981
〔4〕 周炳琨等．激光原理．国防工业出版社，1984

The complete state and self–consistent wave shape in optical cavity

Gao Zhihui An Yuying

Abstract

The eigen state and complete state of light beam in an optical cavity are given on the basis of the optical transimission matrix theory. The beam character and complete description with Fresnel Number N_F being small enough are analysed. The self–consistent wave shape of a distinct optical cavity is discussed. The unified treatment theory of TEM00 mode in the distinct optical cavity is given.

Key Words: optical cavity; eigen state; complete state; self–consistent wave shape

测井资料微机处理系统（GMWS）通过地矿部组织的专家鉴定

4 月 26 日由地矿部石油海洋地质局主持，在河南新乡市，对我校丁振国、周佳社、陈明章等同志和华北地质局数字测井站、南京石油物探研究所测井研究室和中国地质大学四家联合研制的测井资料微机处理系统（GMWS）进行了技术鉴定。出席鉴定会的有来自地矿部业务机关的领导；地矿部华北石油地质局；华东石油地质局；西北、西南石油地质局等单位。

测井资料微机处理系统由三大部分组成，即测井资料数字处理系统；地层倾角数字处理系统；测井资料数据库管理系统。

该系统有如下特点：

软件功能齐全，除各子系统具备数字处理功能外，在常规解释部分采用新的思路和方法编制了地层评价的应用程序，如：最优化解释程序；模式识别法解释程序；测井与地震结合的波阻抗处理程序以及地层应力预测等工程应用程序。

由于测井资料微处理系统是在分布式微机局域网环境下工作，能够实现分布式资料共享，提高了系统安全可靠性而且可以进行大容量的数据处理。

该系统操作灵活方便，应用程序可以菜单方式下进行，也可在 DOS 命令下运行。

该系统是一个开放式系统，允许用户根据自己的需求改变处理环境，除了提供预处理、解释分析和曲线显示程序外，该系统允许用户使用子程序库和 MS.FORTRAN 语言或 MSC 语言等工具开发自己的测井分析程序，并容易加入系统中运行。

鉴定委员会一致认为，该系统在国内居领先地位，并且与国际同类系统相比有明显特色，性能价格比高，建议迅速在地矿部推广。 **摘自校《科研简报》1991 年第 8 期**